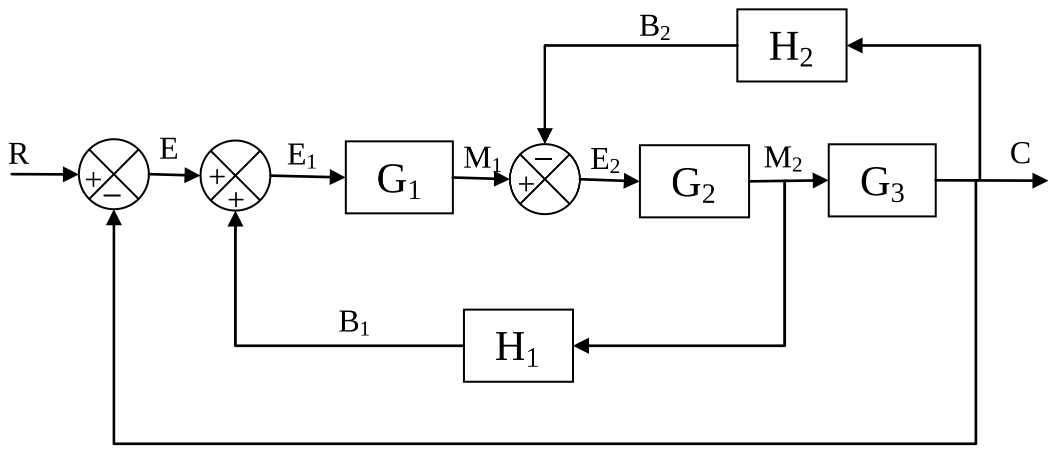
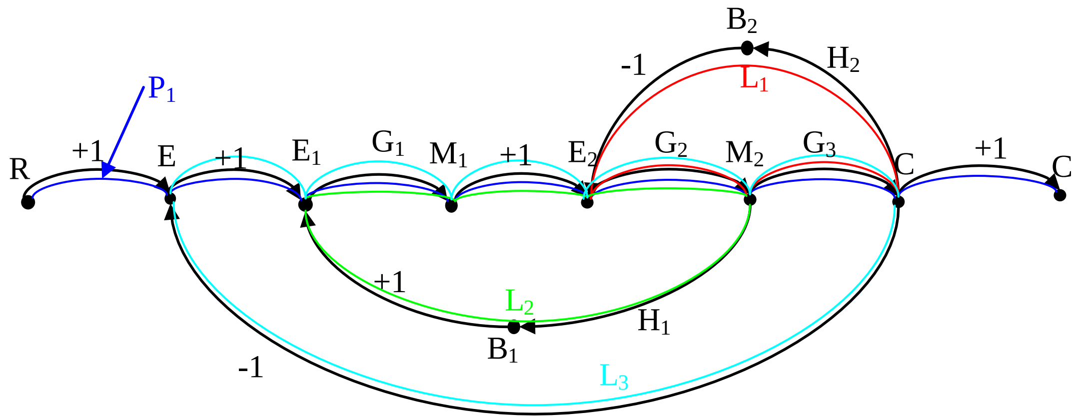
SISTEMAS DE CONTROL

REDUCCIÓN DE DIAGRAMAS DE BLOQUES (Parte 2)

REDUCCIÓN DE DIAGRAMAS DE BLOQUES POR EL MÉTODO DE MASSON





El método de Masson permite determinar a partir de la gráfica de flujo de un sistema, la transferencia entre un nodo receptor y un nodo fuente, por medio de la siguiente expresión:

$$T_r(s) = \frac{C}{R}(s) = \frac{\sum_{i=1}^{n} P_i.\Delta_i}{\Delta}$$

Para interpretar los distintos componentes de esta expresión veamos las siguientes definiciones:

Camino ó Trayectoria: Recorrido cualquiera entre un par de nodos, siguiendo la dirección de la señal. Se obtendrá un valor para cada camino, que surgirá de multiplicar las transferencias encontradas al recorrerlo.

<u>Camino directo:</u> Es aquel que va del nodo fuente al receptor sin pasar por los nodos intermedios más de una vez.

<u>Camino cerrado o lazo cerrado:</u> Es aquel en el que se pasa dos veces por uno solo de los nodos intermedios.

Entonces:
P_i : es el i-ésimo camino directo entre el nodo fuente y el nodo receptor.
n : es el nº de caminos directos de la gráfica.
Δ : es el determinante de la gráfica de flujo y su valor se determina mediante la siguiente expresión:

$\Delta = 1 - \sum$ Lazos individuales $+ \sum$ Productos de 2 lazos no adyacentes $- \sum$ Productos de 3 lazos no adyacentes $+ ....$ (Observar la alternancia de los signos)

Nota: Dos lazos son adyacentes cuando tienen por lo menos un nodo en común.

Δ_i : es el denominado cofactor correspondiente al camino directo P_i. El cofactor Δ_i es el determinante de la subgráfica de flujo que resulta de eliminar el camino directo P_i.

<u>Aplicación del método:</u>

1) Obtenemos todos los caminos directos. En nuestro caso existe un solo camino directo para ir de R a C y es:
$P_1 = G_1.G_2.G_3$

2) Obtenemos todos los lazos cerrados de la gráfica. En nuestro caso serán:
$L_1 = -G_2.G_3.H_2$
$L_2 = G_1.G_2.H_1$
$L_3 = -G_1.G_2.G_3$

3) Hallamos el determinante. Para este caso:
$\Delta = 1 - (L_1 + L_2 + L_3) + \cancel{(L_1.L_2 + L_2.L_3 + L_1.L_3)} - \cancel{(L_1.L_2.L_3)}$

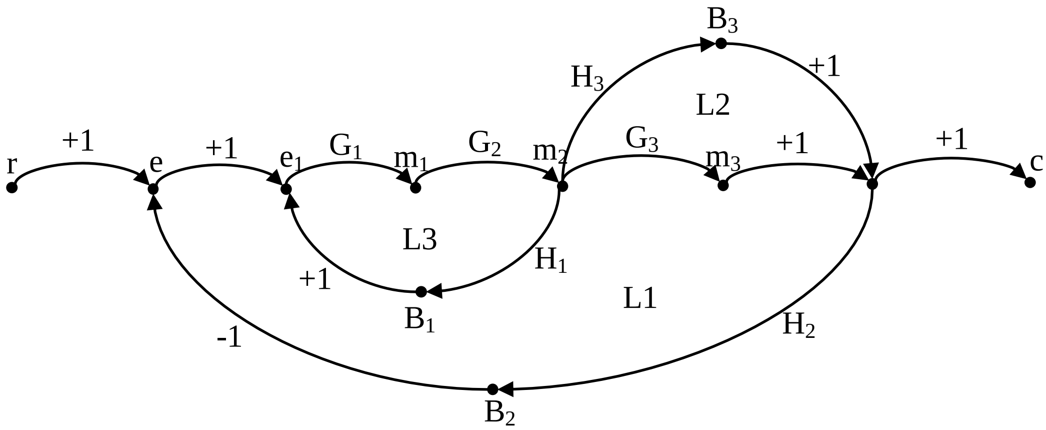
4) Hallamos el cofactor para cada camino directo. En este caso:
$\Delta_1 = 1$

5) Finalmente calculamos la transferencia buscada para el sistema:

$$\frac{C}{R}(S) = \frac{P_1.\Delta_1 + P_2.\Delta_2 + ...}{\Delta} = \frac{G_1.G_2.G_3}{1 + G_2.G_3.H_2 - G_2.G_3.H_1 + G_1.G_2.G_3}$$

Ejemplos de aplicación:

1) Hallar la transferencia $\frac{C}{R}(s)$ para el siguiente sistema representado mediante su diagrama de flujo de señal:



$P_1 = G_1.G_2.G_3$

$P_2 = G_1.G_2.H_3$

$L_1 = -G_1.G_2.G_3.H_2$

$L_2 = -G_1.G_2.H_3.H_2$

$L_3 = G_1.G_2.H_1$

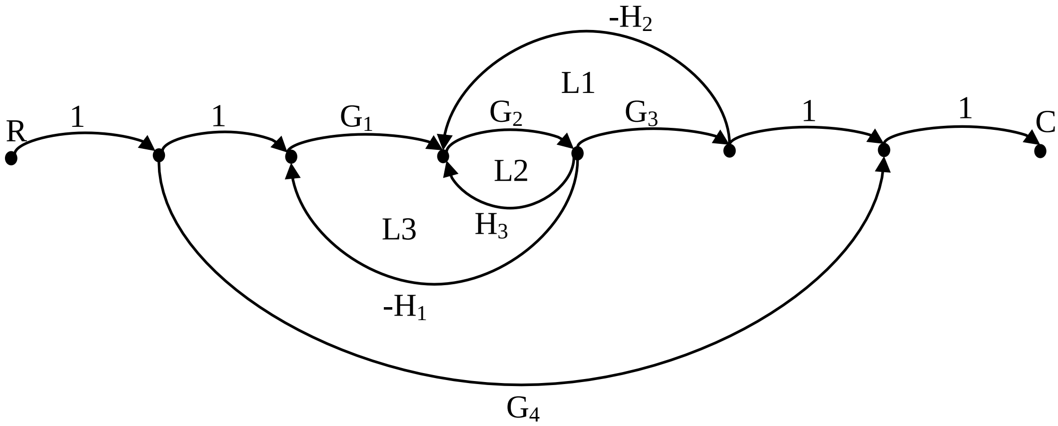
$\Delta = 1 - (L_1 + L_2 + L_3)$

$\Delta_1 = 1$

$\Delta_2 = 1$

$$\frac{C}{R}(s) = \frac{(G_1.G_2.G_3) + (G_1.G_2H_3)}{1 + G_1.G_2.G_3 + G_1.G_2.H_3.H_2 - G_1.G_2.H_1}$$

2) Hallar la transferencia $\frac{C}{R}(s)$



$P_1 = G_1.G_2.G_3$

$P_2 = G_4$

$L_1 = -H_2.G_2.G_3$

$L_2 = H_3.G_2$

$L_3 = -H_1.G_1.G_2$

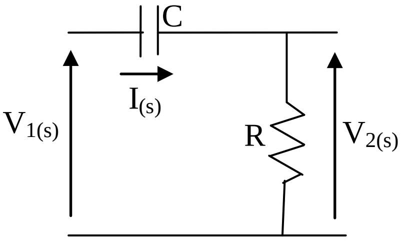
$\Delta = 1-(L_1+L_2+L_3)$

$\Delta_1 = 1$

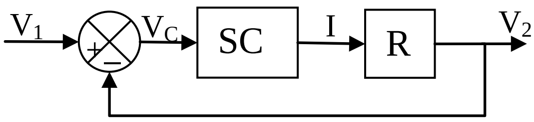
$\Delta_2 = 1-(L_1+L_2+L_3)$

$$\frac{C}{R}(s) = \frac{G_1.G_2.G_3 + G_4[1+G_2.G_3.H_2 - G_2.H_3 + G_1.G_2.H_1]}{1+H_2.G_2.G_3 - H_3.G_2 + H_1.G_1.G_2}$$

3) Hallar $\frac{V_2}{V_1}(s) = ?$



$$\left.\begin{array}{l} V_2(s) = R.I_{(s)} \\ V_1(s) = V_C(s) + V_2(s) \\ V_C(s) = I_{(s)}.\underbrace{XC_{(s)}}_{\frac{1}{SC}} \end{array}\right\}$$



$$\frac{V_2}{V_1}(s) = \frac{SCR}{1+SCR}$$

$$V_2(s) = V_1(s)\frac{S}{S+\frac{1}{CR}}$$

$Si:\_v_1(t) = 1V.\mu(t)$

$$V_1(s) = \frac{1}{S}$$

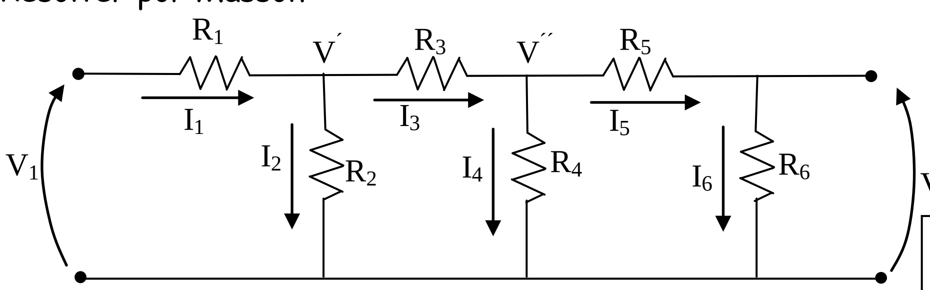
$$V_2(s) = \frac{1}{\cancel{S}}.\frac{\cancel{S}}{S+\frac{1}{RC}} = \frac{1}{S+a}$$

$\mu_{(t)} \leftarrow {}^{1}\!/_{S}$ $\qquad$ $\mathrm{T} = C.R$

$e^{-at}.\mu_{(t)} \leftarrow {}^{1}\!/_{S+a}$

$v2_{(t)} = 1V.e^{-t/\mathrm{T}}$

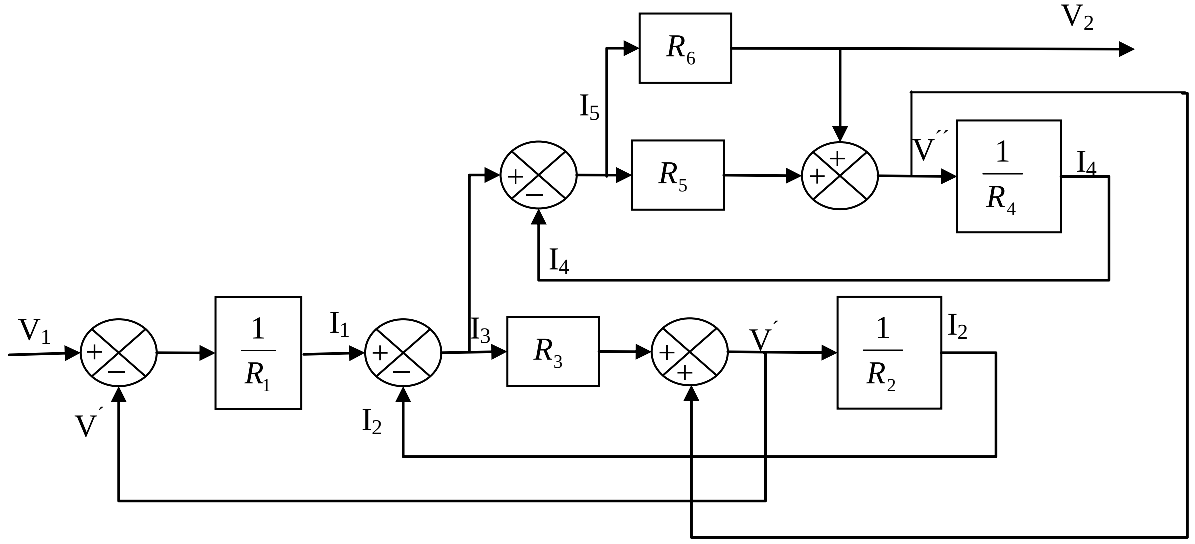
4) Resolver por Masson:



$$\boxed{\frac{V_2}{V_1}(s) = ?}$$

$$I_1 = \frac{V_1 - V'}{R_1} \qquad I_2 = \frac{V'}{R_2} \qquad I_3 = \frac{V' - V''}{R_3} \qquad I_4 = \frac{V''}{R_4}$$

$$I_5 = \frac{V'' - V_2}{R_5} \qquad I_5 = I_6 = \frac{V_2}{R_6} \qquad I_1 = I_2 + I_3 \qquad I_3 = I_4 + I_5$$



A partir de este diagrama de bloques, se deja al alumno su pasaje a flujograma y posterior resolución por Masson para hallar la transferencia V_2/V_1 indicada.